

Rekonstruktion der relativistischen Mechanik mit einem vierdimensionalen Energie-Vektor

Die Klassische Mechanik beschreibt sowohl gleichförmige Bewegungen als auch beschleunigte Bewegungen – unabhängig von der Art der Kraft – im gleichen theoretischen Rahmen. Die Spezielle Relativitätstheorie hingegen erfasst ausschließlich gleichförmig geradlinige Bewegungen, aber keine beschleunigten Bewegungen und damit auch keine Bewegungen mit konstanter Geschwindigkeit auf gekrümmten Bahnen. Die Allgemeine Relativitätstheorie wiederum beschreibt beschleunigte Bewegungen aufgrund der Schwerkraft, aber keine Beschleunigungen aufgrund anderer Kräfte.

Dieses Defizit der relativistischen Mechanik gegenüber der klassischen Mechanik hat uns veranlasst, nach einer alternativen Formulierung der relativistischen Mechanik zu suchen, die alle Bewegungstypen gleichermaßen erfasst. Da die mathematische Basis von Spezieller Relativitätstheorie (Lorentz-Transformationen) und Allgemeiner Relativitätstheorie (Krümmungstensor) inkompatibel sind, kann eine solche Rekonstruktion nur auf einer veränderten konzeptionellen Basis gelingen. Bei unseren Bemühungen sind wir auf eine Reformulierung der relativistischen Mechanik mithilfe eines vierdimensionalen Energie-Vektors gestoßen, die im Folgenden dargestellt wird.

I. Heuristischer Ausgangspunkt

Die Formel für die relativistische Energie eines Objekts $E_{ges} = \sqrt{(m_0 c^2)^2 + (p \cdot c)^2}$ hat augenscheinlich eine mathematische Form, die an den Satz des Pythagoras über die Seitenlängen in einem rechtwinkligen Dreieck erinnert. Demnach bilden die Ruhenergie $E_{ruh} = m_0 c^2$ und die mit dem Impuls p verbundene Energie $E_{imp} = p \cdot c$ ein rechtwinkliges Dreieck, wie in Abbildung 1 gezeigt.

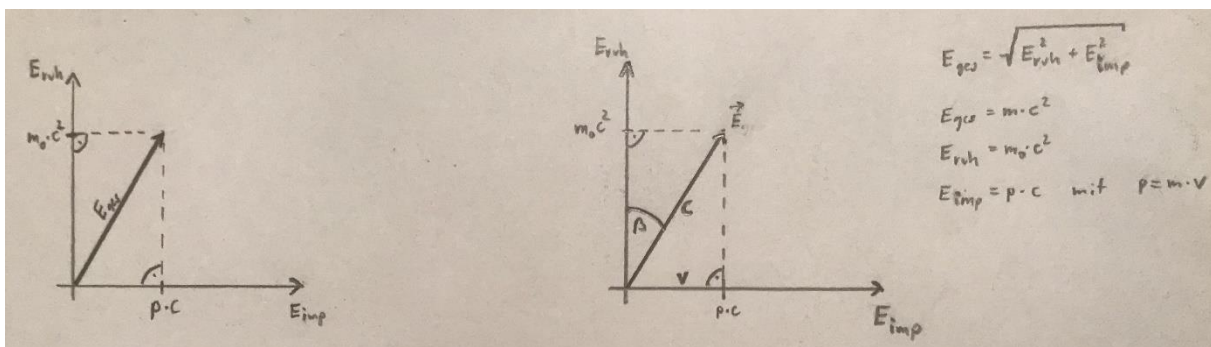


Abb. 1: Winkelbeziehungen zwischen Gesamtenergie E_{ges} , Ruhenergie E_{ruh} und Impulsenergie E_{imp}

Den Winkel zwischen der Achse, auf der E_{ruh} liegt, und der Achse, auf der E_{ges} liegt, wollen wir β nennen. Anhand der Winkelbeziehungen in Abbildung 1 lässt sich ablesen:

$$\sin \beta = \frac{E_{imp}}{E_{ges}} = \frac{p \cdot c}{m \cdot c^2} = \frac{m \cdot v \cdot c}{m \cdot c^2} = \frac{v}{c}.$$

Der Winkel β ist also ein Maß für die Geschwindigkeit v des Objekts, wobei $v = c \cdot \sin \beta$ gilt und c für die Lichtgeschwindigkeit steht.

Nun ist die Geschwindigkeit eines Objekts eigentlich ein dreidimensionaler Vektor \vec{v} . Um diesem Umstand gerecht zu werden, sollten wir $\vec{E}_{\text{imp}} = c * \vec{p} = c * m * \vec{v}$ ebenfalls als dreidimensionalen Vektor auffassen. Wenn wir diesen Vektor nun noch um eine vierte Komponente erweitern, welche die Ruhenergie $m_0 c^2$ enthält, haben wir einen vierdimensionalen Energie-Vektor \vec{E} konstruiert, dessen Betrag der Gesamtenergie E_{ges} entspricht. Dieser Energie-Vektor unterscheidet sich von dem üblicherweise in der relativistischen Mechanik benutzten Energie-Impuls-Vektor (auch Vierer-Impuls-Vektor genannt), der in der ersten Komponente die Gesamtenergie und in den anderen drei Komponenten den Impuls enthält. Zur Unterscheidung davon wollen wir den von uns konstruierten Vektor \vec{E} als vierdimensionalen Energie-Vektor oder kurz Vierer-Energie-Vektor bezeichnen.

Die Vorstellung eines Energie-Vektors mag ungewohnt sein, weil die Energie üblicherweise als skalare Größe aufgefasst wird. Daher wollen wir einige Eigenschaften des so konstruierten Energie-Vektor \vec{E} näher beleuchten: Die Projektion dieses vierdimensionalen Vektors auf den dreidimensionalen Raum ergibt $c * \vec{p}$, also ein Maß für den Impuls, welches durch die Multiplikation mit c die Maßeinheit einer Energie hat. Bei dieser „Impulsenergie“ E_{imp} handelt es sich allerdings nicht um die üblicherweise betrachtete kinetische Energie, die als Differenz zwischen Gesamtenergie und Ruhenergie definiert ist. Die Ruheenergie erhält man, wenn man den Energie-Vektor auf die senkrecht zu den drei Raumdimensionen stehende Achse projiziert. Es liegt nahe, diese vierte Achse mit der Zeit zu assoziieren.

Mathematisch versierte Leser mögen in unserem Vierer-Energie-Vektor die mathematische Struktur eines Quaternion entdecken. Quaternionen sind verallgemeinerte komplexe Zahlen, die vier Komponenten umfassen, wovon die erste Komponente als Realteil bezeichnet wird und die drei weiteren Komponenten als Imaginärteil oder Vektorteil. Ähnlich wie komplexe Zahlen lassen sich auch Quaternionen in Polardarstellung angeben. In der Polardarstellung unseres Vierer-Energie-Vektors

$$\vec{E} = |\vec{E}| * (\cos \beta + \mathbf{i} * \sin \beta)$$

erkennt man, dass der Realteil $|\vec{E}| * \cos \beta$ der Ruheenergie E_{ruh} entspricht und der imaginäre Vektorteil der impulsabhängigen Energie $c * \vec{p}$, wobei der Richtungsvektor \mathbf{i} in Richtung des Impulses zeigt und den Betrag $\mathbf{i}^2 = -1$ besitzt. Von den speziellen mathematischen Eigenschaften der Quaternionen wollen wir jedoch vorerst keinen Gebrauch machen, weil wir uns zunächst auf die physikalische Deutung konzentrieren wollen.

II. Bewegung mit Lichtgeschwindigkeit

An den Dreiecksbeziehungen in Abb. 1 ist bemerkenswert, dass sich die impulsabhängige Energie E_{imp} zur Gesamtenergie E_{ges} wie v zu c verhält. Auch wenn es zunächst gewöhnungsbedürftig sein mag, so legt diese Verhältnisgleichung die eigenwillige Hypothese nahe, dass sich alle Objekte entlang der Achse ihres Energie-Vektors mit Lichtgeschwindigkeit vorwärtsbewegen. Diese Bewegung findet allerdings nicht in unserem gewöhnlichen dreidimensionalen Raum statt, sondern in einer vierdimensionalen Raumzeit, in der sich die drei raumartigen Achsen und die zeitartige Achse des Energie-Vektors befinden.

Befindet sich ein Objekt gegenüber dem Raum in Ruhe, dann bewegt es sich mit c entlang der Zeitachse. In diesem Fall ist $\beta = 0$. Ist hingegen $\beta > 0$, dann bewegt sich das Objekt sowohl in der Zeit als auch im Raum. Für alle massiven Objekte und auch alle Teilchen, die eine Ruhmasse und mithin eine Ruhenergie besitzen, kann der Energie-Vektor niemals co-planar mit den drei Raumachsen sein, mithin muss stets $\beta < 90^\circ$ gelten. Für den Fall jedoch, dass ein Teilchen keine Ruhmasse besitzt, liegt sein Energie-Vektor flach im Raum und fällt folglich mit der räumlichen Bewegungsrichtung zusammen. In diesem Spezialfall bewegt sich das Teilchen mit Lichtgeschwindigkeit im Raum fort, dafür bewegt es sich nicht mehr entlang der Zeitachse. Das einzige bekannte Teilchen, das sich so verhält, ist das Photon.

Die Lichtgeschwindigkeit c ist damit – wie Einstein postulierte – die Grenzgeschwindigkeit für alle räumlichen Bewegungen. Objekte oder Teilchen, die eine Ruhemasse besitzen, können diese Grenzgeschwindigkeit niemals erreichen. Teilchen ohne Ruhemasse hingegen – wie das Photon – bewegen sich andererseits für jeden Beobachter stets mit Lichtgeschwindigkeit räumlich fort. Insoweit stehen unsere Überlegungen im Einklang mit der Speziellen Relativitätstheorie. Darüberhinausgehend geben unsere Überlegungen einen Hinweis auf den tieferen Grund für die Existenz einer solchen Grenzgeschwindigkeit, während es aus der Newtonschen Mechanik heraus vollkommen unverständlich ist, warum es eine endliche Grenzgeschwindigkeit für räumliche Bewegungen geben sollte. Die Lichtgeschwindigkeit c ist nicht nur eine Eigenschaft des Photons, sondern eine universelle Eigenschaft aller elementaren Bausteine des Universums, die sich mit c entlang der Achse ihres Energie-Vektors bewegen.

Raum und Zeit kennen dabei kein absolutes Maß, sondern sind an den jeweiligen Beobachter gebunden. Was als „Bewegung im Raum“ und was als „Vergehen von Zeit“ erscheint, hängt vom jeweiligen Beobachter ab. Von den (mutmaßlich) vier Dimensionen des Universums sind also nicht drei Dimensionen fix als räumliche Dimensionen ausgezeichnet und eine Dimension als zeitlich, sondern alle vier Dimensionen sind gleichartig. Als die drei räumlichen Dimensionen erscheinen jeweils die drei Achsen, die orthogonal zum Energie-Vektor des Teilchens (bzw. des aus mehreren Teilchen zusammengesetzten Objekts) stehen.

III. Relativistische Massenzunahme, Zeitdilatation und Längenkontraktion

Räumlich gegenüber einem Beobachter schnell bzw. langsam bewegte Objekte unterscheiden sich im Auslenkungswinkel β ihres jeweiligen Energie-Vektors. Wie im Abschnitt I eingeführt, ist β der Winkel zwischen dem vierdimensionalen Energie-Vektor und derjenigen Achse, auf der die Ruhenergie liegt und die wir als Zeit-Achse identifiziert haben. Abbildung 2 zeigt ein langsames und ein schnelles Objekt im Vergleich.

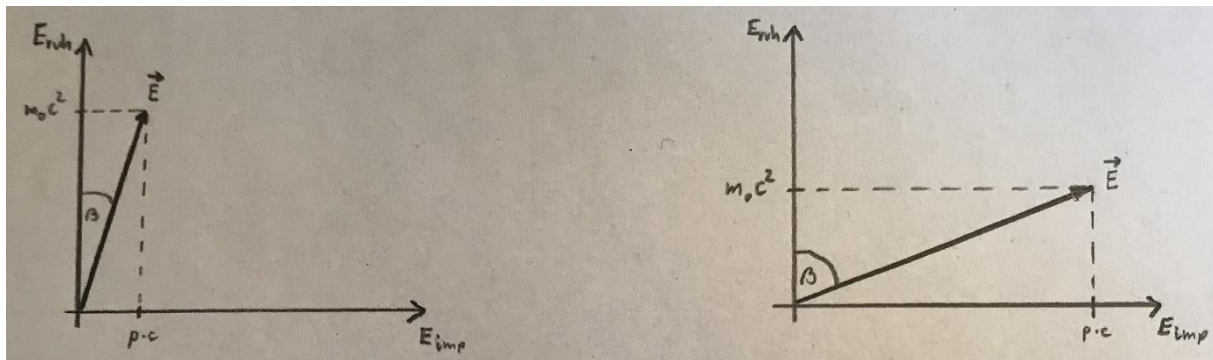


Abb. 2: Langsames Objekt mit großer Ruhmasse (links) und schnelles Objekt mit kleiner Ruhmasse (rechts)

In Abhängigkeit davon, ob sich ein Objekt mehr im Raum oder mehr in der Zeit bewegt, verschieben sich die räumlichen und zeitlichen Maßstäbe zwischen den Bezugssystemen S des Beobachters B und S' des Objekts O . Albert Einstein hat dies in seiner Speziellen Relativitätstheorie als Längenkontraktion und Zeitdilatation beschrieben.

Die Formeln für die Längenkontraktion und die Zeitdilatation sollten sich auch aus dem Energie-Vektor-Modell ableiten lassen. Dazu betrachten wir ein ruhmassebehaftetes Objekt O , das sich gegenüber dem Beobachter B mit der Geschwindigkeit v im Raum bewegt. Wenn es sich im Raum bewegt, ist sein Energie-Vektor gegenüber der Zeitachse des Beobachters geneigt. Die beiden Achsen bilden einen Winkel β , wobei $\sin \beta = v/c$, wie zuvor gezeigt.

Für die Zeitmessung benötigen wir eine Uhr. Üblicherweise wird als Uhr eine regelmäßige Schwingung benutzt, wobei als verfllossene Zeit t die Anzahl der Schwingungen gezählt wird. Wir stellen uns nun vor, dass sowohl der Beobachter B als auch das Objekt O jeweils eine baugleiche Uhr besitzen. Innerhalb einer Schwingungsperiode der Uhr des Beobachters rücken sowohl B als auch O auf ihrer jeweiligen Energie-Achse um eine bestimmte Strecke vorwärts, die wir d nennen wollen. Da sich der Beobachter in Ruhe befindet, ist die Richtung seines Energie-Vektors deckungsgleich mit der Zeitachse. Folglich hat der Beobachter auf der Zeitachse die Strecke $t = d$ zurückgelegt. Das Objekt O ist entlang der Richtung seines Energievektors zwar auch um die Strecke d vorwärtsgekommen, da aber sein Energievektor gegenüber der Zeitachse geneigt ist, entspricht dies nur einer kürzeren Strecke t' projiziert auf die Zeitachse.

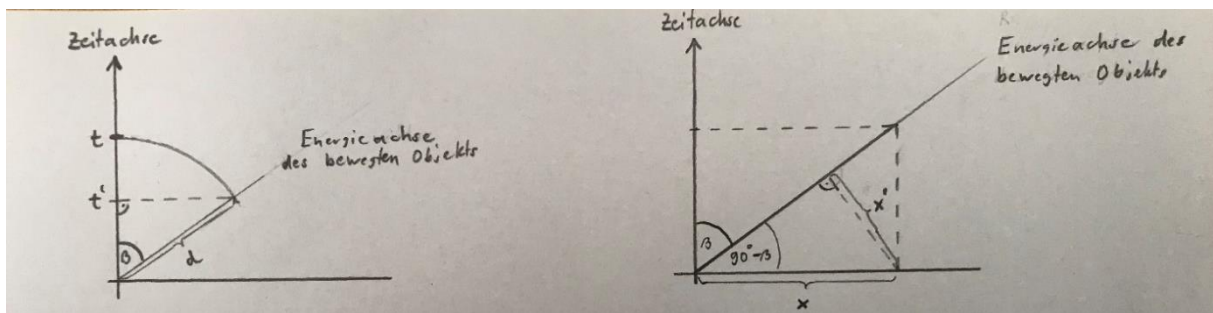


Abb. 3: Zeitdilatation (links) und Längenkontraktion (rechts) in einem bewegten Bezugssystem

Aus den Winkelbeziehungen in Abbildung 3 lässt sich ablesen:

$$\frac{t'}{d} = \frac{t'}{t} = \cos \beta$$

Nun gilt bekanntlich $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$. Zudem ist in unserem Fall $\sin \beta = v/c$. Damit lässt sich $\cos \beta$ auch ausdrücken als

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \sqrt{1 - (v/c)^2}$$

Damit erhalten wir

$$\frac{t'}{t} = \sqrt{1 - (v/c)^2}$$

In dieser Gleichung erkennt man unschwer die Formel für die Zeitdilatation aus der Speziellen Relativitätstheorie. In einem bewegten Bezugssystem vergeht die Zeit langsamer.

Nun wollen wir uns mit der Strecke befassen, die das bewegte Objekt innerhalb einer gewissen Zeit im Raum vorangekommen ist. Projiziert auf den Raum, der orthogonal zum Energie-Vektor des ruhenden Beobachters ist, befindet sich das bewegte Teilchen dann an der Stelle x . Aus Sicht des bewegten Objekts liegt dieser Ort aber näher an der Achse seines Energie-Vektors, die Strecke senkrecht dazu beträgt nur x' . Aus den Winkelbeziehungen in Abbildung 3 ergibt sich

$$\frac{x'}{x} = \sin(90^\circ - \beta) = \cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \sqrt{1 - (v/c)^2}$$

Für Längen gilt also ebenso, dass sie sich im bewegten System gegenüber dem ruhenden System um den Faktor $\sqrt{1 - (v/c)^2}$ verkürzen. In der Speziellen Relativitätstheorie wird dieser Effekt als Längenkontraktion beschrieben.

Als Abkürzung für den Faktor $(v/c)^2$ hat Einstein den griechischen Buchstaben *beta* verwendet, den wir hingegen für den Auslenkungswinkel benutzen. In Anlehnung an Einstein wollen wir den Faktor $(v/c)^2$ mit einem Б (kyrillisches Zeichen für B) bezeichnen, um Schreibaufwand zu sparen.

Einstein hat sich in der Relativitätstheorie auf die Veränderung der Längen- und Zeitmaßstäbe zwischen einem ruhenden Bezugssystem und relativ dazu bewegten Bezugssystemen konzentriert. Die aus der SRT bekannten Formeln für die Zeitdilatation und die Längenkontraktion können wir mit dem Energievektor-Modell reproduzieren. Darüber hinaus lässt sich aus unseren Überlegungen auch noch ableiten, wie sich weitere physikalische Größen und ihre Maßstäbe in einem gleichförmig bewegten Bezugssystem verändern. Denn die Maßstäbe für Längen und Zeiten gehen auch noch in andere physikalische Größen ein. Beispielsweise ist Geschwindigkeit als Strecke pro Zeit definiert. Wenn also in einem bewegten Bezugssystem sowohl Längen (Maßeinheit m) als auch Zeiten (Maßeinheit s) jeweils mit dem Skalierungsfaktor $(1 - \beta)^{1/2}$ verändert werden, so bleiben offensichtlich Geschwindigkeiten mit der Einheit m/s unverändert. Doch wie ist es um andere physikalische Größen bestellt?

Dazu brauchen wir noch den Skalierungsfaktor für mindestens eine weitere physikalische Größe. Dazu wollen wir die Masse des Objekts betrachten. Im Ruhezustand beträgt seine Masse m_0 . Im bewegten Zustand hingegen ist die Masse größer und hat den Wert m . Aus den Winkelbeziehungen in Abb. 1 lässt sich das Verhältnis von m_0 und m leicht bestimmen:

$$\cos \beta = \frac{E_{ruh}}{E_{ges}} = \frac{m_0 * c^2}{m * c^2} = \frac{m_0}{m}$$

$$m = m_0 * \frac{1}{\cos \beta} = m_0 * \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 \beta}} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

Diese Beziehung ist als relativistische Massenzunahme bekannt. Der Skalierungsfaktor für die Masse beträgt also $(1 - \beta)^{-1/2}$.

Aus der Kenntnis der Skalierungsfaktoren von Längen, Zeiten und Massen lassen sich die Skalierungsfaktoren anderer physikalischer Größen berechnen, deren Maßeinheiten aus Meter (m), Sekunde (s) und Kilogramm (kg) zusammengesetzt sind:

Physikalische Größe	Maßeinheit	Skalierungsfaktor
Länge	m	$(1 - \beta)^{1/2}$
Zeit	s	$(1 - \beta)^{1/2}$
Frequenz	s ⁻¹	$(1 - \beta)^{-1/2}$
Geschwindigkeit	m/s	$(1 - \beta)^0$
Beschleunigung	m/s ²	$(1 - \beta)^{-1/2}$
Masse	kg	$(1 - \beta)^{-1/2}$
Energie	kg*m ² /s ²	$(1 - \beta)^{-1/2}$
Impuls	kg*m/s	$(1 - \beta)^{-1/2}$
Drehimpuls	kg*m ² /s	$(1 - \beta)^0$
Kraft	kg*m/s ²	$(1 - \beta)^{-1}$
Dichte	kg/m ³	$(1 - \beta)^{-2}$
Lichtgeschwindigkeit c	m/s	$(1 - \beta)^0$
Planck'sches Wirkungsquantum h	kg*m ² /s	$(1 - \beta)^0$
Gravitationskonstante G	m ³ /kg*s ²	$(1 - \beta)^{1/2}$

Tabelle 1: Skalierungsfaktoren für verschiedene physikalische Größen in bewegten Bezugssystemen

Wie Tabelle 1 zeigt, bleiben einige physikalische Größen unverändert, darunter Geschwindigkeit und Drehimpuls. Damit bleiben auch die Naturkonstanten c und h gleich. Die Lichtgeschwindigkeit hat also in einem ruhenden und in einem gleichförmig bewegten System den gleichen Wert, wie auch schon Einstein postulierte. Was bislang jedoch wenig beachtet wird, dass neben Längen, Zeiten und Massen noch weitere physikalische Größen in einem bewegten Bezugssystem veränderlich sind. Mit dem gleichen Skalierungsfaktor wie die Masse nehmen Energie, Frequenz und Impuls bei steigender Geschwindigkeit zu. Kräfte wachsen sogar mit einem Faktor $1/(1 - \beta)$ und Dichten mit einem Faktor $1/(1 - \beta)^2$.

In der obigen Tabelle haben wir allerdings nur mechanische Größen aufgeführt, deren Einheiten sich aus kg, m und s bilden lassen. Eine weiterführende Erörterung müsste sich auch mit der Frage befassen, ob bzw. wie Messgrößen aus anderen physikalischen Gebieten wie der Thermodynamik (z.B. Temperatur, Entropie) oder der Elektrodynamik (elektrische Ladungen, Feldstärken etc.) skalieren.

IV. Beschleunigte Bewegung

Wenden wir uns nun den beschleunigten Bewegungen zu. Dabei wollen wir zwei Fälle unterscheiden: Die Beschleunigung im Schwerfeld einer anderen Masse und die Beschleunigung durch sonstige Kräfte. Wir wollen zunächst die Beschleunigung durch solche Kräfte betrachten, die nicht von der Gravitation verursacht werden. In diesem Fall nimmt die Gesamtenergie E_{ges} des Objekts bei der Beschleunigung zu, während die Ruhemasse erhalten bleibt.

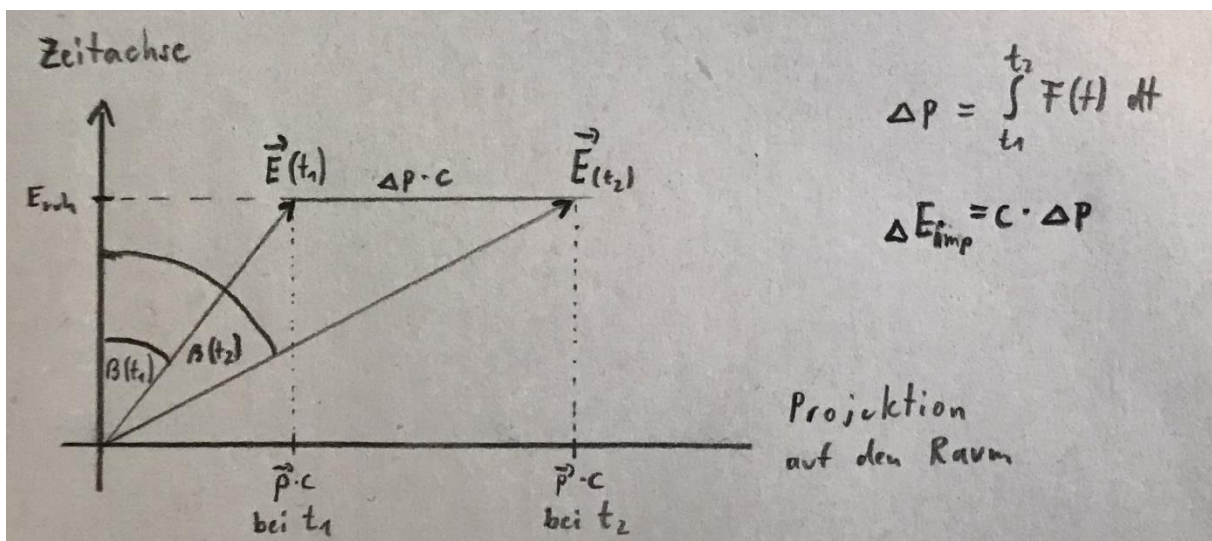


Abb. 4: Änderung des Energievektors durch Einwirkung einer Kraft

Abbildung 4 zeigt schematisch die Veränderung des Energievektors unter Einwirkung einer Kraft, die das Objekt beschleunigt. Wir wollen nun die zeitliche Veränderung von β ermitteln, die von der Kraft F verursacht wird. Dazu betrachten wir die Winkelbeziehung $\tan \beta = E_{imp} / E_{ruh}$. Durch Umformen erhalten wir

$$\tan \beta = \frac{E_{imp}}{E_{ruh}} = \frac{p \cdot c}{m_0 \cdot c^2} = \frac{1}{m_0 \cdot c} * p \quad \text{mit } E_{imp} = p \cdot c \quad \text{und} \quad E_{ruh} = m_0 c^2$$

Für den Impuls $p(t)$ des Objekts soll die übliche Beziehung $p(t) = \int F(t) dt$ gelten, wobei $F(t)$ die einwirkenden Kräfte bezeichnet und t die Zeit. Damit ergibt sich für den Winkel β

$$\tan \beta(t) = \frac{1}{m_0 * c} * p(t) = \frac{1}{m_0 * c} \int F(t) dt$$

Für kleine β lässt sich $\tan\beta$ näherungsweise durch $\sin\beta$ ersetzen, wobei $\sin \beta = v/c$. Damit erhält man

$$v(t) = c * \sin \beta \approx c * \tan \beta (t) = \frac{c}{m_0 * c} \int F(t) dt = \frac{1}{m_0} \int F(t) dt$$

Durch Ableitung nach t erhält man die bekannte Newtonsche Formel für die Beschleunigung a

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{F}{m_0}$$

Das Energievektor-Modell vermag also das Bewegungsgesetz der Newtonschen Mechanik zu reproduzieren. Da wir bei der Aufstellung des Energievektor-Modells die Gleichungen für die relativistische Energie benutzt haben, sollte dies auch so sein, denn die Spezielle Relativitätstheorie enthält die Klassische Mechanik als Grenzfall für kleine Geschwindigkeiten.

Doch lässt sich auch die beschleunigte Bewegung in einem Schwerefeld, mithin die Allgemeine Relativitätstheorie, nahtlos in das Energievektor-Modell integrieren?

V. Beschleunigte Bewegung in der Nähe einer großen Masse

Befinden sich zwei massebehaftete Objekte in räumlicher Nähe, so ziehen sie sich bekanntlich an und bewegen sich beschleunigt aufeinander zu. Üblicherweise wird dieser Vorgang so beschrieben, dass dabei potentielle Energie des Schwerefeldes in kinetische Energie umgewandelt wird: Befindet sich eine kleine Probemasse in der Nähe einer großen Masse, so wird die kleine Probemasse angezogen und gewinnt bei ihrer beschleunigten Bewegung kinetische Energie hinzu und verliert dabei in gleichem Maße an potentieller Energie. Diese gängige Erklärung lässt jedoch unbestimmt, auf welche Weise eigentlich potentielle Energie im Schwerefeld gespeichert werden kann. Um dieses Problem zu umgehen, möchten wir eine andere Deutung vorschlagen.

Ausgangspunkt für diese alternative Interpretation ist die Tatsache, dass nicht nur materielle Körper, sondern auch Licht beim Vorbeiflug an einem massereichen Himmelskörper abgelenkt wird. Diese Lichtablenkung lässt sich auf ähnliche Weise deuten wie die Brechung von Licht beim Durchgang durch ein optisch dichteres Medium. In optisch dichteren Medien ist die Lichtgeschwindigkeit geringer als im Vakuum. Da Licht immer den schnellsten Weg sucht, wird Licht gebrochen, wenn es beispielsweise durch eine Glasplatte hindurchtritt. Durch die Lichtbrechung verkürzt sich die Wegstrecke durch die Glasplatte, auf der das Licht nur mit geringerem Tempo vorankommt. In ähnlicher Weise kann man die

Lichtablenkung im Schwerefeld darauf zurückführen, dass die Lichtgeschwindigkeit in der Nähe großer Massen verringert ist.¹

Wenn dem so ist, ergibt sich eine völlig andere Deutung für das Geschehen: Gerät eine kleine Probemasse in die Nähe eines massereichen Körpers, so nimmt dort die Lichtgeschwindigkeit ab. Dies hat zur Folge, dass sich auch die Ruhenergie $m_0 \cdot c^2$ der Probemasse verringern muss. Damit der Energieerhaltungssatz gewahrt bleibt, wird die freiwerdende Energie in kinetische Energie umgewandelt und die Probemasse bewegt sich beschleunigt auf den massereichen Körper zu. Die Energie für die beschleunigte Bewegung wird dabei nicht dem Schwerefeld des massereichen Körpers entnommen, sondern stammt aus der Ruhenergie der Probemasse!

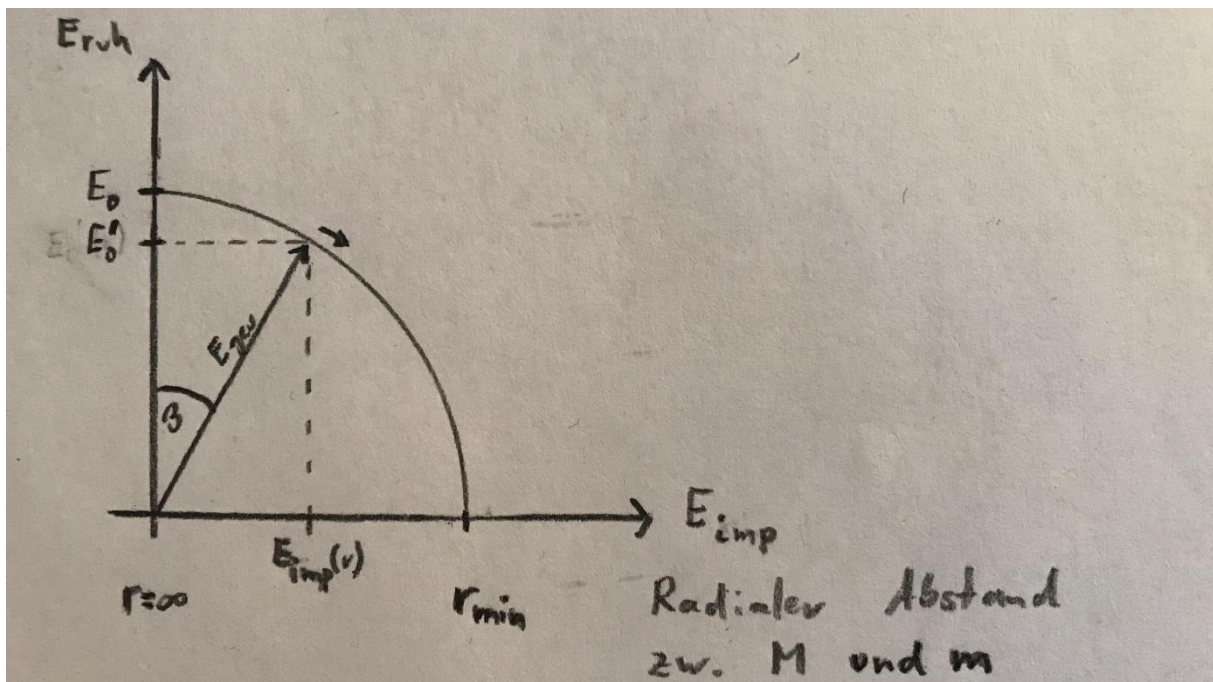


Abb. 5: Auslenkung des Energie-Vektors in der Nähe einer großen Masse

Diese Deutung der Gravitation lässt sich sehr einfach in unser Beschreibungsmodell des Energie-Vektors integrieren: Wenn ein Objekt in die Nähe einer großen Masse gerät, dann wird die Achse des Energievektors ausgelenkt. Der Auslenkungswinkel β wird umso größer, je schwerer und näher die andere Masse ist. Die Gesamtenergie des Objekts bleibt dabei gleich, es ändert sich nur die Aufteilung zwischen Ruhenergie und kinetischer Energie.

¹ Diesen Gedanken verdanken wir Alexander Unzickers Buch „Einsteins verlorener Schlüssel“. Unzicker greift darin einen heute weitgehend unbekanntem Artikel von Albert Einstein aus dem Jahr 1911 auf („Über den Einfluß der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes“, Annalen der Physik, 35 (1911), S. 898-905). Einstein hatte auf dem Weg von der Speziellen Relativitätstheorie zur Allgemeinen Relativitätstheorie zunächst den Gedanken verfolgt, dass die Lichtgeschwindigkeit im Schwerefeld abnimmt. Allerdings hat er die Abnahme der Lichtgeschwindigkeit lediglich auf die Zeitdilatation im Schwerefeld zurückgeführt und die Längenkontraktion unbeachtet gelassen, wodurch die Abnahme der Lichtgeschwindigkeit nur halb so groß ausfällt, wie die Rechnungen der später aufgestellten Allgemeinen Relativitätstheorie ergeben.

Nun wollen wir den Auslenkungswinkel β in Abhängigkeit von der großen Masse M und dem radialen Abstand r zwischen M und der Probemasse m bestimmen. Aus den Winkelbeziehungen in Abbildung 5 lässt sich ablesen:

$$\cos \beta = \frac{E'_0}{E_0}$$

Die Differenz zwischen der ursprünglichen Ruhenergie E_0 und der Ruhenergie E'_0 bei Annäherung an M hat mit der gravitativen Anziehung zu tun. In der Newtonschen Mechanik beträgt die potentielle Energie einer Probemasse m im Abstand r zu einer Masse M

$$E_{pot} = G * \frac{M * m}{r}$$

Wenn die Ruhenergie um diesen Betrag bei Annäherung an M abnimmt, so ergibt sich

$$\cos \beta = \frac{E'_0}{E_0} = \frac{E_0 - E_{pot}}{E_0} = \frac{m_0 c^2 - G * \frac{M * m_0}{r}}{m_0 c^2} = 1 - \frac{G * M}{r * c^2}$$

Der Term $G * M / (r * c^2)$ charakterisiert das Gravitationspotenzial der Masse M . Wir wollen für diesen Term im Folgenden das Symbol Γ (kyrillischer Buchstabe G) verwenden, um Schreibaufwand zu sparen.

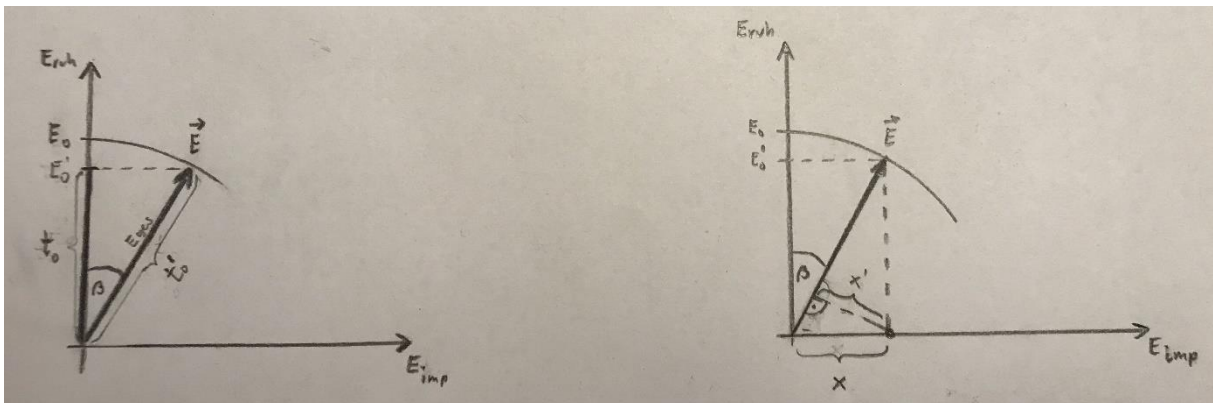


Abb. 6: Zeitdilatation (links) und Längenkontraktion (rechts) im Schwerfeld

Durch die Auslenkung des Energie-Vektors um den Winkel β kommt es zu einer Kontraktion von räumlichen Abständen und einer Dilatation von zeitlichen Abständen, wie in ähnlicher Weise schon bei der gleichförmigen Bewegung beschrieben. Aus den Winkelbeziehungen in Abbildung 6 lässt sich wieder die bereits bekannte Formel für die Längenkontraktion ablesen:

$$\frac{x'}{x} = \cos \beta$$

Für die Zeitmessung im Schwerfeld ergibt sich jedoch eine andere Situation als bei der gleichförmigen Bewegung. Die Gesamtenergie des Objekts E_{ges} hat sich ja unter dem Einfluss des Schwerfeldes nicht geändert und hat unverändert den Wert E_0 . Die Uhr im beschleunigt bewegten Objekt geht also noch genauso schnell wie vorher. Für den Vergleich, wie schnell eine Uhr im Schwerfeld und außerhalb des Schwerfeldes geht, müssen wir jedoch eine ruhende Uhr heranziehen. Daher müssen wir das frei fallende Objekt zum Stehen bringen. Dabei verliere es seine kinetische Energie und nur die Ruhenergie E'_0 bliebe übrig. Ähnlich wie bei der gleichförmigen Bewegung verhalten sich die Zeiten t_0 , die auf einer ruhenden Uhr außerhalb des Schwerfeldes abgelesen werden, und die Zeiten t'_0 , die auf einer ruhenden Uhr im Schwerfeld abgelesen werden, umgekehrt proportional zu den jeweiligen Energien. Wie aus Abbildung 5 ersichtlich, erhält man also

$$\frac{t_0}{t'_0} = \frac{E'_0}{E_0} = \cos \beta$$

Da $\cos \beta = 1 - \Gamma$, ergibt sich damit $x' = x * (1 - \Gamma)$ und $t'_0 = t_0 * (1 - \Gamma)^{-1}$. Allerdings verschieben sich nicht nur die Maßstäbe für Längen und Zeiten, sondern auch für andere physikalische Größen. Auf dieses Phänomen waren wir bereits bei den gleichförmig bewegten Bezugssystemen gestoßen. Dabei verschieben sich im Gravitationsfeld die Größenmaßstäbe jedoch auf andere Weise, da die Zeitdilatation im Schwerfeld anders ist als im Fall der gleichförmig bewegten Bezugssysteme.

Neben den Skalierungsfaktoren für Länge und Zeit brauchen wir noch den Skalierungsfaktor für mindestens eine weitere physikalische Größe, in deren Maßeinheit das kg eingeht. Hierfür bietet sich die Energie an. Oben hatten wir bereits $E'_0 / E_0 = \cos \beta = 1 - \Gamma$ abgeleitet, woraus $E'_0 = E_0 * (1 - \Gamma)$ folgt. Entsprechend wird der Maßstab für die Energiemessung um einen Faktor $(1 - \Gamma)$ gestaucht. Aus diesen drei Beziehungen für die Veränderung von Länge, Zeit und Energie lassen sich die Skalierungsfaktoren für andere physikalische Größen ableiten, deren Maßeinheiten aus den Maßeinheiten für Längen (Meter), Zeiten (Sekunde) und Energie ($\text{kg} \cdot \text{m}^2 / \text{s}^2$) herleitbar sind. Die resultierenden Skalierungsfaktoren sind in der nachfolgenden Tabelle dargestellt.

Physikalische Größe	Einheit	Skalierungsfaktor
Länge	m	$(1 - \Gamma)^1$
Zeit	s	$(1 - \Gamma)^{-1}$
Frequenz	s^{-1}	$(1 - \Gamma)^1$
Geschwindigkeit	m/s	$(1 - \Gamma)^2$
Beschleunigung	m/s^2	$(1 - \Gamma)^3$
Energie	$\text{kg} \cdot \text{m}^2 / \text{s}^2$	$(1 - \Gamma)^1$
Impuls	$\text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}$	$(1 - \Gamma)^{-1}$
Masse	kg	$(1 - \Gamma)^{-3}$
Dichte	kg/m^3	$(1 - \Gamma)^0$

Kraft	kg*m/s ²	(1 - Γ) ⁰
Drehimpuls	kg*m ² /s	(1 - Γ) ⁰
Planck'sche Konstante h	kg*m ² /s	(1 - Γ) ⁰
Lichtgeschwindigkeit c	m/s	(1 - Γ) ²
Gravitationskonstante G	m ³ /kg*s ²	(1 - Γ) ⁸
Potentialfaktor Γ = G/c ² * M/r	1	(1 - Γ) ⁰

Tabelle 2: Skalierungsfaktoren für verschiedene physikalische Größen im Schwerefeld

Wie aus der Tabelle ersichtlich, bleiben einige Größen im Schwerefeld unverändert, darunter Drehimpuls, Kraft und Dichte. Auch der Potenzialfaktor Γ, der ein Schwerefeld charakterisiert, bleibt unverändert, während die Masse mit einem Faktor (1 - Γ)⁻³ und die Gravitationskonstante G sogar mit einem Faktor (1 - Γ)⁸ skaliert.

Aus diesen Skalierungsfaktoren lässt sich nun der Brechungsindex eines Schwerefeldes ableiten. Der Brechungsindex n ist definiert als das Verhältnis zwischen der Lichtgeschwindigkeit c im Vakuum und dem Lichtgeschwindigkeit c' im Medium – hier also im Schwerefeld:

$$n = \frac{c}{c'} = \frac{c}{c * (1 - \Gamma)^2} = \frac{1}{(1 - \Gamma)^2} \approx 1 + 2\Gamma$$

Für kleine Γ lässt sich der Brechungsindex näherungsweise mit n = 1 + 2Γ angeben, wenn man für den Term (1 - Γ)⁻² eine Taylor-Entwicklung bis zum linearen Glied durchführt. Mit diesem Brechungsindex lässt sich der Ablenkungswinkel eines Lichtstrahls, der von einem fernen Stern kommend an der Sonnenoberfläche vorbeifliegt, berechnen. Wenn man die Herleitung benutzt, die Albert Einstein in seiner Arbeit von 1911 ausgeführt hat, und dabei anstelle des von Einstein irrtümlich ermittelten Brechungsindex n = 1 + Γ den oben abgeleiteten Brechungsindex 1 + 2Γ verwendet, so ergibt sich als Formel für den Ablenkungswinkel α

$$\alpha = \frac{2}{c^2} \int_{\theta=-\pi/2}^{\theta=+\pi/2} \frac{G * M}{r^2} \cos\theta ds = 4 \frac{G * M}{c^2 * \Delta}$$

Setzt man für den unmittelbaren Vorbeiflug an der Sonne den Sonnenradius (6,96*10⁸ m) für Δ ein und für M die Sonnenmasse (1,99*10³⁰ kg), so erhält man α ≈ 1,7 Bogensekunden – genau den Wert, der vom britischen Astronomen Arthur Eddington (1882-1944) bei einer Sonnenfinsternis im Jahr 1919 beobachtet wurde und von Albert Einstein mit seiner Allgemeinen Relativitätstheorie vorhergesagt worden war. Die Vorhersagen unseres Modells stimmen also in diesem Punkt mit den Beobachtungsdaten und der Allgemeinen Relativitätstheorie überein. Gilt dies auch für andere empirische Befunde, mit denen die Gültigkeit der Allgemeinen Relativitätstheorie überprüft wurde?

Eine weitere Wirkung der Gravitation auf Licht ist die Rotverschiebung von Spektrallinien. Die charakteristischen Spektrallinien, die von Wasserstoff- und Helium-Atomen auf der Sonnenoberfläche ausgesendet werden, sind bei Beobachtung auf der Erde gegenüber denselben Spektrallinien, die von Wasserstoff- bzw. Helium-Atomen auf der Erdoberfläche ausgesendet werden, ins Rote verschoben, d.h. ihre Wellenlängen sind um einen Betrag $\Delta\lambda = \lambda_{\text{Sonne}} - \lambda_{\text{Erde}}$ gegeneinander versetzt. Diese Rotverschiebung lässt sich in unserer Betrachtungsweise darauf zurückführen, dass die Energie des jeweiligen Photons bei Aussendung auf der Sonnenoberfläche kleiner war als bei der Aussendung auf der Erde. Wie in Tabelle 2 aufgeführt, werden die Energiemaßstäbe im Schwerfeld um den Faktor $1 - \Gamma$ gestaucht. Da das Verhältnis von Masse zu Radius bei der Sonne ($3 \cdot 10^{21}$ kg/m) sehr viel größer ist als bei der Erde ($1 \cdot 10^{18}$ kg/m), geht in den Skalierungsfaktor $1 - \Gamma$ im Wesentlichen nur das Gravitationsfeld der Sonne ein:

$$\Gamma = \Gamma_{\text{Sonne}} - \Gamma_{\text{Erde}} = \frac{G}{c^2} * \left(\frac{M_{\text{Sonne}}}{R_{\text{Sonne}}} - \frac{M_{\text{Erde}}}{R_{\text{Erde}}} \right) \approx \frac{G * M_{\text{Sonne}}}{c^2 * R_{\text{Sonne}}}$$

Damit lässt sich die relative Rotverschiebung z berechnen als

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_{\text{Erde}}} = \frac{(\lambda_{\text{Sonne}} - \lambda_{\text{Erde}})}{\lambda_{\text{Erde}}} = \frac{(\lambda_{\text{Sonne}} - \lambda_{\text{Erde}})/c}{\lambda_{\text{Erde}}/c} = v_{\text{Erde}} * \left(\frac{1}{v_{\text{Sonne}}} - \frac{1}{v_{\text{Erde}}} \right) = h * v_{\text{Erde}} * \left(\frac{1}{h * v_{\text{Sonne}}} - \frac{1}{h * v_{\text{Erde}}} \right)$$

$$z = E_{\text{Erde}} * \left(\frac{1}{E_{\text{Sonne}}} - \frac{1}{E_{\text{Erde}}} \right) = \frac{E_{\text{Erde}}}{E_{\text{Sonne}}} - 1 = \frac{E_{\text{Erde}}}{E_{\text{Erde}} * (1 - \Gamma)} - 1 = \frac{1}{1 - \Gamma} - 1 \approx \Gamma$$

Mit den oben angegebenen Werten für die Masse und den Radius der Sonne erhält man $z \approx 2 \cdot 10^{-6}$, was den Beobachtungsdaten und den Vorhersagen der Allgemeinen Relativitätstheorie entspricht. Die Berechnungsmethode über variable Maßstäbe für physikalische Größen führt also auch für die gravitative Rotverschiebung des Sonnenlichts zu derselben Vorhersage wie die Allgemeine Relativitätstheorie. Dies gilt im Übrigen auch für einen weiteren empirischen Test, die Perihel-Drehung des Merkur.² Die dafür nötigen Rechnungen sind jedoch aufwändig und sollen deshalb hier nicht wiedergegeben werden.

² H. Dehnen, H. Hod und K. Westpfal sind in ihrem Artikel „Ein heuristischer Zugang zur allgemeinen Relativitätstheorie“ (Annalen der Physik, 7. Folge, Band 6 (1960), S. 370-406) auf anderem Wege zu analogen Skalierungsfaktoren für physikalische Größen im Schwerfeld gelangt, die sie allerdings nur in linearer Näherung angegeben haben, d.h. z.B. für die Masse $(1 + 3\Gamma)$ statt $(1 - \Gamma)^{-3}$ wie wir. Mit diesen Skalierungsfaktoren konnten sie zeigen, dass alle Vorhersagen der Allgemeinen Relativitätstheorie, die sich seinerzeit experimentell überprüfen ließen (Lichtablenkung im Gravitationsfeld der Sonne, Rotverschiebung der Spektrallinien der Sonne, Perihel-Drehung der Planetenbahnen) mit dem Rechenweg über die Skalierungsfaktoren reproduziert werden können. Im Rahmen der Messgenauigkeit besteht also kein Unterschied zu den experimentell überprüften Vorhersagen der Allgemeinen Relativitätstheorie – jedenfalls für kleine Γ , da die Rechnungen von Dehnen et al. auf Näherungslösungen für kleine Γ beruhen.

Zusammenfassend lässt sich festhalten: Unser Modell, das auf einer Auslenkung des vierdimensionalen Energie-Vektors im Schwerfeld beruht, besteht die gleichen experimentellen Tests wie die Allgemeine Relativitätstheorie.

Allerdings scheint unser Modell von der Allgemeinen Relativitätstheorie abzuweichen, wenn sich der Potenzialfaktor $\Gamma = G/c^2 * M/r$ in starken Gravitationsfeldern dem Wert 1 annähert. In unserem Modell ist es offenbar nicht möglich, sich einer punktförmig gedachten Masse M beliebig zu nähern. Bei einem Abstand $r_{\min} = GM/c^2$ ist die gesamte ursprüngliche Ruhmasse aufgebraucht, die Zeit ist davongerast und die Längenmaßstäbe haben sich auf Null verkürzt. Mit anderen Worten: Man kann in ein Schwarzes Loch nicht hineinfallen – man bleibt am Rand stehen.

X. Konsequenzen

Mit den dargelegten Berechnungen haben wir uns überzeugt, dass man mit dem Modell des vierdimensionalen Energie-Vektors zu den gleichen Ergebnissen kommt wie die Spezielle Relativitätstheorie bzw. die Newtonsche Mechanik im Grenzfall kleiner Geschwindigkeiten. Auch die Vorhersagen der Allgemeinen Relativitätstheorie konnten reproduziert werden, jedenfalls soweit kleine Gravitationsfelder betrachtet werden. Der Weg über den Einstein'schen Krümmungstensor verlangt jedoch sehr viel kompliziertere Rechnungen, als wenn man den von uns eingeführten Energie-Vektor zuhulfe nimmt.

Neben diesem Vorteil eines einfacheren Rechenweges wirft das Modell des Energie-Vektors auch noch ein Schlaglicht darauf, dass es nicht nur die üblicherweise betrachteten Längenkontraktionen und Zeitdilatationen gibt, sondern auch die Maßstäbe anderer physikalischer Größen sowohl bei Annäherung an die Lichtgeschwindigkeit als auch im Schwerefeld veränderlich sind. Nach unserem Eindruck ist diesem Aspekt bisher kaum Aufmerksamkeit zuteil worden, der aber für die Interpretation von Experimenten bei hohen Energien relevant sein dürfte.

Neu ist zudem die Hypothese, dass sich alle Objekte entlang der jeweiligen Richtung ihres Energie-Vektors mit Lichtgeschwindigkeit bewegen. Die Konsequenzen aus dieser Annahme lassen sich nicht so leicht überblicken und bedürfen des gründlichen Nachdenkens. Auf den ersten Blick ergeben sich daraus fundamentale Fragen nach dem Wesen von Raum und Zeit. Im Laufe der geistesgeschichtlichen Entwicklung der Physik vertraten einige Protagonisten wie Isaac Newton eine absolute Auffassung von Raum und Zeit, während andere wie Albert Einstein eine relative Auffassung propagierten, nach der Raum und Zeit vom Bezugssystem abhängen. Mit Einsteins Relativitätstheorie setzte sich die relative Auffassung von Raum und Zeit durch. Unsere Rekonstruktion der relativistischen Mechanik bestätigt die relative Auffassung des Raumes, während für die Zeit ein absoluter Maßstab gilt. Anstelle des Einstein'schen Postulats der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit behaupten wir, dass sich jeder elementare Baustein und alle daraus zusammengesetzten Objekte in der vierdimensionalen Raumzeit mit Lichtgeschwindigkeit bewegen. Ein kosmologischer Zusammenhang zwischen dieser Bewegung und der Expansion des Universums liegt nahe – diese Hypothese gründlich auszuarbeiten, bedarf noch weiteren Nachdenkens.

Es sei an dieser Stelle nur noch auf zwei andere kosmologische Konsequenzen hingewiesen, die aus unseren Überlegungen zur Bewegung im Schwerefeld folgen:

Wenn es tatsächlich so sein sollte, dass die potenzielle Energie im Gravitationsfeld in der Ruheenergie gespeichert wird, dann entspricht die Ruhemasse eines Körpers seiner potenziellen Energie im Schwerefeld aller anderen Massen des Universums. Durch die Gravitation verursachte

Beschleunigungen führen damit zu einem Null-Summen-Spiel – was der eine Körper an Ruhemasse gewinnt, verliert der andere. Da die Bewegungen kosmischer Objekte primär gravitativ beeinflusst sind, hat diese konzeptionelle Änderung gegenüber Newtons und Einsteins Gravitationstheorie gravierende Auswirkungen auf die Interpretation astronomischer Beobachtungsdaten. Möglicherweise verschwinden die Diskrepanzen, die zu den adhoc getroffenen Annahmen von Dunkler Energie und Dunkler Materie geführt haben, wenn man die astronomischen Beobachtungsdaten zu den großräumlichen Bewegungen von Sternen in Galaxien oder von Galaxien untereinander auf der Basis unserer Überlegungen neu auswertet und interpretiert.

Zuletzt wollen wir noch einen Blick auf den Term $1 - \Gamma = 1 - G \cdot M / r \cdot c^2$ werfen, der in den Berechnungen der Skalierungsfaktoren im Schwerefeld auftaucht. Wenn man nun für M die Masse des Universums (schätzungsweise 10^{53} kg) einsetzt, den Radius R über $R = c \cdot T$ aus dem Weltalter T (13,7 Mrd. Jahre) erschließt sowie für G und c die bekannten Werte nimmt, so erhält man für Γ einen Wert in der Größenordnung von 1. Diese Abschätzung ist zugegebenermaßen mit großen Unsicherheiten behaftet, da die Masse des Universums nur grob anhand durchschnittlicher Werte für die Masse eines Sterns, die Zahl der Sterne in einer Galaxie und die Zahl der Galaxien im Universum abgeschätzt wurde, zudem kann man den Radius des Universums auf verschiedene Weise festlegen. Es gibt aber auch noch weitere Argumente, die dafürsprechen, dass für das Universum tatsächlich $G \cdot M / R c^2 = 1$ gilt. Durch Umformen lässt sich daraus $M \cdot c^2 = G \cdot M \cdot M / R$ ableiten – was nichts anderes heißt, als dass die gesamte Energie des Universums ($M \cdot c^2$) genau der potentiellen Energie der Masse des Universums im eigenen Gravitationsfeld ($G \cdot M \cdot M / R$) entspricht. Wenn also wirklich für das Universum $\Gamma = 1$ gälte, so wäre das Universum im Ganzen ein Schwarzes Loch, aus dem nichts nach außen dringen würde und gemäß unseren Berechnungen auch nichts hineingelangen könnte! Die Grenze des Universums wäre in beide Richtungen undurchlässig und wir säßen im Inneren eines Schwarzen Loches fest.